

# The fontsetup package

by

Antonis Tsolomitis  
University of the Aegean  
Department of Mathematics

04 June 2026

Version 2.6.0, GPL3

This package is a simple wrapper-type package that makes the setup of fonts easy and quick for XeLaTeX and LuaLaTeX. You just load the package using one of the supported fonts as an option.

The target is to provide easy access to fonts with a matching Mathematics font available in TeX distributions plus a few commercial if available.

The package will include more font combinations in the future, however there are some restrictions. The fonts must have some commercial-level quality and must support Mathematics.

Version 2.1.0 adds commands for accessing the Aegean Numbers (U10100-U1013F) for the default and olddefault options as described in Appendix B.

Version 2.0 has restructured the files of the package to a better and easier to be maintained way. Many thanks go to निरंजन (Niranjan) for helping me with this.

Starting with version 1.01 the package is split in two; the main package called “fontsetup” and the fontsetup-nonfree package that contains the support and sample files for the non-free fonts. This facilitates the installation for users of texlive since the latter does not install the support for non-free fonts. For a user who wants to install the support for non-free fonts (Cambria, Lucida, Adobe-Minion, MS-Garamond, and Linotype-Palatino) it can be easily done following the guide for the contrib repository here:

<https://contrib.texlive.info>

The main package will load the style files for the nonfree fonts if the fontsetup-nonfree package is installed; that is, there is no other package that the user needs to load in the TeX file.

The options (in alphabetic order after the default option) are as follows:

**default** Loads the NewComputerModern fonts (in Book weight), which is an assembly of cm fonts plus more fonts to support Greek (cbgreek) and Cyrillic languages. It also provides

- the option “upint” for switching to upright integrals in mathmode.
- the option “varnothing” for changing the default symbol for the empty set ( $\emptyset$ ) to the `\varnothing` symbol ( $\varnothing$ ) in mathmode.
- the option “newcmbb” for selecting the NewCM blackboard bold instead of the AMS one.
- commands to access prosogrammeni instead of ypogrammeni for capitals and small capitals, by writing `\textprosgrammeni{<text>}` or `\{prosgrammeni <text>\}`.
- commands to access 4th and 6th century bce Greek by writing `\textivbce{<text>}` or `\{ivbce <text>\}` and `\textvibce{<text>}` or `\{vibce <text>\}`. For example, write `\textivbce{ΕΠΙΚΟΤΡΟΣ}` to get ΕΠΙΚΟΤΡΟΣ.
- commands to access Sans Greek (upright and oblique) in math mode although these are not included in the unicode standard. The commands follow the unicode-math.sty notation, so to get  $\Lambda$  and  $\pi$  you write `$_\text{msansLambda}$` and `$_\text{mitsanspi}$`.
- commands to access the Ancient Greek Numbers (Unicode u10140–u1018E) documented in the Appendix
- commands to access the negation of uniform convergence symbols `\nrightrightarrows` for  $\nrightarrow$  and `\nleftleftarrows` for  $\nleftarrow$ , and 1-1 and onto functions: `\twoheadhookrightarrow` for  $\twoheadrightarrow$  and `\twoheadhookleftarrow` for  $\twoheadleftarrow$ .

- command `\convolution` to access the new convolution operator  $\ast$  (check the documentation of NewCM fonts).
- commands to access the IPA symbols. These are `\ipatext` and `\textipa{...}` to select the fonts for IPA symbols locally. Compare  $\delta\eta\beta\theta\chi$  (produced with `\textipa{\delta\eta\beta\theta\chi}`) with  $\delta\eta\beta\theta\chi$ . `\textoldipa` is also available (check the documentation of the NewComputerModern family).
- If the `xgreek` package is loaded before `fontsetup` this will be detected and the package will load the fonts with correct anoteleia, greek guillemots and proper apostrophe for Greek. It will also enable the commands `\leftgrquotes` and `\rightgrquotes` for proper quotes inside quotes. For an example, writing  
`«φώναζε: \leftgrquotes απ' έξω την προπαίδεια\rightgrquotes»· σαν εκδίκηση ακουγόταν\ldots`  
will give

«φώναζε: “απ’ έξω την προπαίδεια,,»· σαν εκδίκηση ακουγόταν...

For more information and references see the documentation of the NewComputerModern font family.

- commands to access “up” versions of Greek letters for Chemistry: Use `chemalpha`, `\chembeta`, `\chemgamma` etc and similarly for uppercase (`\chemAlpha` etc). For example, `\chembeta-gucan` gives “β-gucan” and `\chemkappa-component` gives “κ-component”.
- commands for Medieval Latin and Uncial Greek: use `{\uncial text}` or `\textuncial{text}`.
- commands to access the Aegean Numbers (U10100 to U1013F) as described in Appendix B.

**olddefault** Loads the NewComputerModern fonts (in Regular weight) similarly to the default option.

**sansdefault** Loads the NewComputerModern Sans Serif fonts (in Regular weight) similarly to the default option with Sans Math.

**lx** Loads the LX fonts from NewCMSans10-Regular with NewCMSansMath-Regular.

**arsenal** Loads the Arsenal fonts with ArsenalMath-Sans font for mathematics.

**ambria** Loads the Cambria fonts of Microsoft. These must be already installed as a system font (in `C:\Windows\Fonts` in MS-Windows, in `/home/user/.fonts/` in Linux or elsewhere by the system administrator). This option works only if `fontsetup-nonfree` is installed.

**concrete** Loads the Concrete fonts from the `cmu` package with Concrete-Math font for mathematics.

**ebgaramond** Loads the EB-Garamond fonts with Garamond-Math and complements them with Ysabeau for Sans.

**erewhon** Loads the Erewhon fonts with Erewhon-Math.

**euler** Loads the Concrete fonts with the Euler-Math for Mathematics. This option replaces the older option **neoeuler** which was using the neoeuler font. This font has continued its development as Euler-Math. I want to thank Shyam Sundar for helping with the proper setup of the support for the math font and it’s fallback to TeX Gyre Pagella for glyphs not yet covered by Euler-Math. *Important notice:* the fallback mechanism is slow. Expect delays at each run.

**fira** Loads the Fira family, a sans-serif font.

**gfsartemisia** Loads the GFSArtemisia, a font family designed to be used as a Times replacement. The Mathematics is from `stix2` but latin and greek letters are substituted from GFSArtemisia to provide a better match.

**gfsdidotclassic** Uses the GFSDidotClassic for Greek with GFSPorson for italic. The latin part is URW garamond. The Mathematics is from Garamond-Math but the greek letters are substituted from GFSDidotClassic to provide a better match. Notice that the Bold versions of the Greek fonts are faked using fontspec mechanism as the Greek part does not have bold versions.

**gfsdidot** Loads the GFSDidot fonts. NewCMMath-Book is the Mathematics font, but latin and greek letters are substituted from GFSdidot to provide a better match.

**gfsneohellenic** Loads the GFSNeohellenic family with GFSNeohellenic-Math.

**kerkis** Loads the kerkis font family and texgyrebonum-math.

**lato** Loads the Lato font family with Lete-Sans-Math.

**libertinus** Loads the Libertinus and LibertinusMath fonts.

**lucida** Loads the Lucida font family if available (a commercial font). This option works only if fontsetup-nonfree is installed.

**luciole** Loads the Luciole truetype font family with the opentype Luciole-Math.

**minion** Loads the MinionPro family. To install it, find the fonts MinionPro and MyriadPro from the installation of Adobe PDF Reader and install the fonts to your system (in C:\Windows\Fonts in MS-Windows, in /home/user/.fonts/ in Linux or elsewhere by the system administrator). Moreover, install the supplied fspmnscl.otf as a system font to have access to Greek small caps. Mathematics is from stix2 with letters replaced from MinionPro. Sans is MyriadPro. This option works only if fontsetup-nonfree is installed.

**msgaramond** Loads the MS-Garamond fonts. These must be system installed (in C:\Windows\Fonts in MS-Windows, in /home/user/.fonts/ in Linux or elsewhere by the system administrator). Mathematics is from Garamond-Math with letters replaced from MS-Garamond. This option works only if fontsetup-nonfree is installed.

**neoeuler** This option is preserved for backwards compatibility. See option **euler**.

**oldstandard** Loads the OldStandard fonts. Mathematics is from OldStandard-Math.

**palatino** Loads the Linotype Palatino Fonts available from some versions of Windows. The fonts must be system installed (in C:\Windows\Fonts in MS-Windows, in /home/user/.fonts/ in Linux or elsewhere by the system administrator). The supplied fsplpscl.otf must be also system-installed to allow access to Greek small caps. Mathematics font is texgyrepagella-math. This option works only if fontsetup-nonfree is installed.

**pennstander** Loads the Pennstander font family with Pennstander-Math in Regular weight as the main font.

**stixtwo** Loads the stix2 fonts, a Times-type font.

**talos** Loads the NewCM Book weight with the Greek cult font Talos.

**times** Loads the FreeSerif fonts, a Times font and stix2 for Mathematics with letters replaced from FreeSerif.

**xcharter** Loads the XCharter fonts and the XCharter-Math font. The option **upint** is provided for upright style integrals. The sans fonts are CabinCondensed and the mono fonts are Inconsolatazi4.

You do not need to load **fontspec**. This, as well as **unicode-math**, are automatically loaded. A minimal file is

```
\documentclass{article}
\usepackage[default]{fontsetup}
\begin{document}
...
\end{document}
```

Even if you use just `\usepackage{fontsetup}` the package will load the default option automatically.

The switch to another font is trivial. You just change the option of `fontsetup` to another among the supported ones.

### **Summary of installation steps to support all fonts**

To access commercial fonts supported by this package check the documentation of the `fontsetup-nonfree` package.

You can indeed suggest a new combination of fonts and I will add them. However, I do reserve the right to reject them if the font quality is bad or if Mathematics is not supported with a matching font.

Samples for the free fonts follow. Samples for the nonfree fonts can be found in `fontsetup-nonfree/doc/fontsetup-nonfree-doc.pdf`

**Theorem 1 (Dominated convergence of Lebesgue)** *Assume that  $g$  is an integrable function defined on the measurable set  $E$  and that  $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$  is a sequence of measurable functions so that  $|f_n| \leq g$ . If  $f$  is a function so that  $f_n \rightarrow f$  almost everywhere then*

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int f_n = \int f.$$

*Proof:* The function  $g - f_n$  is non-negative and thus from Fatou lemma we have that  $\int (g - f) \leq \liminf \int (g - f_n)$ . Since  $|f| \leq g$  and  $|f_n| \leq g$  the functions  $f$  and  $f_n$  are integrable and we have

$$\int g - \int f \leq \int g - \limsup \int f_n,$$

Figure 1: Caption in Sans fonts

so

$$\int f \geq \limsup \int f_n.$$

**Θεώρημα 2 (Κυριαρχημένης σύγκλισης του Lebesgue)** *Έστω ότι η  $g$  είναι μια ολοκληρώσιμη συνάρτηση ορισμένη στο μετρήσιμο σύνολο  $E$  και η  $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$  είναι μια ακολουθία μετρήσιμων συναρτήσεων ώστε  $|f_n| \leq g$ . Υποθέτουμε ότι υπάρχει μια συνάρτηση  $f$  ώστε η  $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$  να τείνει στην  $f$  σχεδόν παντού. Τότε*

$$\lim \int f_n = \int f.$$

*Απόδειξη:* Η συνάρτηση  $g - f_n$  είναι μη αρνητική και άρα από το Λήμμα του Fatou ισχύει  $\int (f - g) \leq \liminf \int (g - f_n)$ . Επειδή  $|f| \leq g$  και  $|f_n| \leq g$  οι  $f$  και  $f_n$  είναι ολοκληρώσιμες, έχουμε

$$\int g - \int f \leq \int g - \limsup \int f_n,$$

Σχήμα 2: Λεζάντα σε γραμματοσειρά Sans

άρα

$$\int f \geq \limsup \int f_n.$$

**Theorem 1 (Dominated convergence of Lebesgue)** *Assume that  $g$  is an integrable function defined on the measurable set  $E$  and that  $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$  is a sequence of measurable functions so that  $|f_n| \leq g$ . If  $f$  is a function so that  $f_n \rightarrow f$  almost everywhere then*

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int f_n = \int f.$$

*Proof:* The function  $g - f_n$  is non-negative and thus from Fatou lemma we have that  $\int (g - f) \leq \liminf \int (g - f_n)$ . Since  $|f| \leq g$  and  $|f_n| \leq g$  the functions  $f$  and  $f_n$  are integrable and we have

$$\int g - \int f \leq \int g - \limsup \int f_n,$$

so

$$\int f \geq \limsup \int f_n.$$

**Θεώρημα 2 (Κυριαρχημένης σύγκλισης του Lebesgue)** *Έστω ότι η  $g$  είναι μια ολοκληρώσιμη συνάρτηση ορισμένη στο μετρήσιμο σύνολο  $E$  και η  $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$  είναι μια ακολουθία μετρήσιμων συναρτήσεων ώστε  $|f_n| \leq g$ . Υποθέτουμε ότι υπάρχει μια συνάρτηση  $f$  ώστε η  $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$  να τείνει στην  $f$  σχεδόν παντού. Τότε*

$$\lim \int f_n = \int f.$$

*Απόδειξη:* Η συνάρτηση  $g - f_n$  είναι μη αρνητική και άρα από το Λήμμα του Fatou ισχύει  $\int (f - g) \leq \liminf \int (g - f_n)$ . Επειδή  $|f| \leq g$  και  $|f_n| \leq g$  οι  $f$  και  $f_n$  είναι ολοκληρώσιμες, έχουμε

$$\int g - \int f \leq \int g - \limsup \int f_n,$$

άρα

$$\int f \geq \limsup \int f_n.$$

ABC

Figure 1: Caption in Sans fonts

ΓΨΩ

Σχήμα 2: Λεζάντα σε γραμματοσειρά Sans

**Theorem 1 (Dominated convergence of Lebesgue)** Assume that  $g$  is an integrable function defined on the measurable set  $E$  and that  $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$  is a sequence of measurable functions so that  $|f_n| \leq g$ . If  $f$  is a function so that  $f_n \rightarrow f$  almost everywhere then

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int f_n = \int f.$$

*Proof:* The function  $g - f_n$  is non-negative and thus from Fatou lemma we have that  $\int (g - f) \leq \liminf \int (g - f_n)$ . Since  $|f| \leq g$  and  $|f_n| \leq g$  the functions  $f$  and  $f_n$  are integrable and we have

$$\int g - \int f \leq \int g - \limsup \int f_n,$$

so

$$\int f \geq \limsup \int f_n.$$

ABC

Figure 1: Caption in Serifed fonts

**Θεώρημα 2 (Κυριαρχημένης σύγκλισης του Lebesgue)** Έστω ότι η  $g$  είναι μια ολοκληρώσιμη συνάρτηση ορισμένη στο μετρήσιμο σύνολο  $E$  και η  $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$  είναι μια ακολουθία μετρήσιμων συναρτήσεων ώστε  $|f_n| \leq g$ . Υποθέτουμε ότι υπάρχει μια συνάρτηση  $f$  ώστε η  $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$  να τείνει στην  $f$  σχεδόν παντού. Τότε

$$\lim \int f_n = \int f.$$

*Απόδειξη:* Η συνάρτηση  $g - f_n$  είναι μη αρνητική και άρα από το Λήμμα του Fatou ισχύει  $\int (f - g) \leq \liminf \int (g - f_n)$ . Επειδή  $|f| \leq g$  και  $|f_n| \leq g$  οι  $f$  και  $f_n$  είναι ολοκληρώσιμες, έχουμε

$$\int g - \int f \leq \int g - \limsup \int f_n,$$

άρα

$$\int f \geq \limsup \int f_n.$$

ΓΨΩ

Σχήμα 2: Λεζάντα σε γραμματοσειρά Serifed

**Theorem 1 (Dominated convergence of Lebesgue)** Assume that  $g$  is an integrable function defined on the measurable set  $E$  and that  $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$  is a sequence of measurable functions so that  $|f_n| \leq g$ . If  $f$  is a function so that  $f_n \rightarrow f$  almost everywhere then

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int f_n = \int f.$$

*Proof:* The function  $g - f_n$  is non-negative and thus from Fatou lemma we have that  $\int (g - f) \leq \liminf \int (g - f_n)$ . Since  $|f| \leq g$  and  $|f_n| \leq g$  the functions  $f$  and  $f_n$  are integrable and we have

$$\int g - \int f \leq \int g - \limsup \int f_n,$$

so

$$\int f \geq \limsup \int f_n.$$

**Θεώρημα 2 (Κυριαρχημένης σύγκλισης του Lebesgue)** Έστω ότι  $g$  είναι μια ολοκληρώσιμη συνάρτηση ορισμένη στο μετρήσιμο σύνολο  $E$  και  $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$  είναι μια ακολουθία μετρήσιμων συναρτήσεων ώστε  $|f_n| \leq g$ . Υποθέτουμε ότι υπάρχει μια συνάρτηση  $f$  ώστε  $f_n \rightarrow f$  σχεδόν παντού. Τότε

$$\lim \int f_n = \int f.$$

*Απόδειξη:* Η συνάρτηση  $g - f_n$  είναι μη αρνητική και άρα από το Λήμμα του Fatou ισχύει  $\int (f - g) \leq \liminf \int (g - f_n)$ . Επειδή  $|f| \leq g$  και  $|f_n| \leq g$  οι  $f$  και  $f_n$  είναι ολοκληρώσιμες, έχουμε

$$\int g - \int f \leq \int g - \limsup \int f_n,$$

άρα

$$\int f \geq \limsup \int f_n.$$

ABC

Figure 1: Caption in Sans fonts

ΓΨΩ

Σχήμα 2: Λεζάντα σε γραμματοσειρά Sans



## Arsenal fonts: option `arsenal`

**Theorem 1 (Dominated convergence of Lebesgue)** Assume that  $g$  is an integrable function defined on the measurable set  $E$  and that  $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$  is a sequence of measurable functions so that  $|f_n| \leq g$ . If  $f$  is a function so that  $f_n \rightarrow f$  almost everywhere then

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int f_n = \int f.$$

*Proof:* The function  $g - f_n$  is non-negative and thus from Fatou lemma we have that  $\int (g - f) \leq \liminf \int (g - f_n)$ . Since  $|f| \leq g$  and  $|f_n| \leq g$  the functions  $f$  and  $f_n$  are integrable and we have

$$\int g - \int f \leq \int g - \limsup \int f_n,$$

so

$$\int f \geq \limsup \int f_n.$$

ABC

Figure 1: Caption in Sans fonts

## Concrete fonts: option concrete

**Theorem 1 (Dominated convergence of Lebesgue)** Assume that  $g$  is an integrable function defined on the measurable set  $E$  and that  $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$  is a sequence of measurable functions so that  $|f_n| \leq g$ . If  $f$  is a function so that  $f_n \rightarrow f$  almost everywhere then

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int f_n = \int f.$$

*Proof:* The function  $g - f_n$  is non-negative and thus from Fatou lemma we have that  $\int(g - f) \leq \liminf \int(g - f_n)$ . Since  $|f| \leq g$  and  $|f_n| \leq g$  the functions  $f$  and  $f_n$  are integrable and we have

$$\int g - \int f \leq \int g - \limsup \int f_n,$$

so

$$\int f \geq \limsup \int f_n.$$

**Θεώρημα 2 (Κυριαρχημένης σύγκλισης του Lebesgue)** Έστω ότι η  $g$  είναι μια ολοκληρώσιμη συνάρτηση ορισμένη στο μετρήσιμο σύνολο  $E$  και η  $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$  είναι μια ακολουθία μετρήσιμων συναρτήσεων ώστε  $|f_n| \leq g$ . Υποθέτουμε ότι υπάρχει μια συνάρτηση  $f$  ώστε η  $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$  να τείνει στην  $f$  σχεδόν παντού. Τότε

$$\lim \int f_n = \int f.$$

*Απόδειξη:* Η συνάρτηση  $g - f_n$  είναι μη αρνητική και άρα από το Λήμμα του Fatou ισχύει  $\int(f - g) \leq \liminf \int(g - f_n)$ . Επειδή  $|f| \leq g$  και  $|f_n| \leq g$  οι  $f$  και  $f_n$  είναι ολοκληρώσιμες, έχουμε

$$\int g - \int f \leq \int g - \limsup \int f_n,$$

άρα

$$\int f \geq \limsup \int f_n.$$

ABC

Figure 1: Caption in Sans fonts

ΓΨΩ

Σχήμα 2: Λεζάντα σε γραμματοσειρά Sans

**Theorem 1 (Dominated convergence of Lebesgue)** *Assume that  $g$  is an integrable function defined on the measurable set  $E$  and that  $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$  is a sequence of measurable functions so that  $|f_n| \leq g$ . If  $f$  is a function so that  $f_n \rightarrow f$  almost everywhere then*

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int f_n = \int f.$$

*Proof:* The function  $g - f_n$  is *non-negative* and thus from Fatou lemma we have that  $\int (g - f) \leq \liminf \int (g - f_n)$ . Since  $|f| \leq g$  and  $|f_n| \leq g$  the functions  $f$  and  $f_n$  are integrable and we have

$$\int g - \int f \leq \int g - \limsup \int f_n,$$

so

$$\int f \geq \limsup \int f_n.$$

**Θεώρημα 2 (Κυριαρχημένης σύγκλισης του Lebesgue)** *Έστω ότι η  $g$  είναι μια ολοκληρώσιμη συνάρτηση ορισμένη στο μετρήσιμο σύνολο  $E$  και η  $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$  είναι μια ακολουθία μετρήσιμων συναρτήσεων ώστε  $|f_n| \leq g$ . Υποθέτουμε ότι υπάρχει μια συνάρτηση  $f$  ώστε η  $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$  να τείνει στην  $f$  σχεδόν παντού. Τότε*

$$\lim \int f_n = \int f.$$

*Απόδειξη:* Η συνάρτηση  $g - f_n$  είναι μη αρνητική και άρα από το Λήμμα του Fatou ισχύει  $\int (f - g) \leq \liminf \int (g - f_n)$ . Επειδή  $|f| \leq g$  και  $|f_n| \leq g$  οι  $f$  και  $f_n$  είναι ολοκληρώσιμες, έχουμε

$$\int g - \int f \leq \int g - \limsup \int f_n,$$

άρα

$$\int f \geq \limsup \int f_n.$$

ABC

Figure 1: Caption in Sans fonts

ΓΨΩ

Σχήμα 2: Λεζάντα σε γραμματοσειρά Sans

**Theorem 1 (Dominated convergence of Lebesgue)** *Assume that  $g$  is an integrable function defined on the measurable set  $E$  and that  $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$  is a sequence of measurable functions so that  $|f_n| \leq g$ . If  $f$  is a function so that  $f_n \rightarrow f$  almost everywhere then*

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int f_n = \int f.$$

*Proof:* The function  $g - f_n$  is non-negative and thus from Fatou lemma we have that  $\int (g - f) \leq \liminf \int (g - f_n)$ . Since  $|f| \leq g$  and  $|f_n| \leq g$  the functions  $f$  and  $f_n$  are integrable and we have

$$\int g - \int f \leq \int g - \limsup \int f_n,$$

so

$$\int f \geq \limsup \int f_n.$$

**Theorem 1 (Dominated convergence of Lebesgue)** *Assume that  $g$  is an integrable function defined on the measurable set  $E$  and that  $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$  is a sequence of measurable functions so that  $|f_n| \leq g$ . If  $f$  is a function so that  $f_n \rightarrow f$  almost everywhere then*

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int f_n = \int f.$$

*Proof:* The function  $g - f_n$  is non-negative and thus from Fatou lemma we have that  $\int (g - f) \leq \liminf \int (g - f_n)$ . Since  $|f| \leq g$  and  $|f_n| \leq g$  the functions  $f$  and  $f_n$  are integrable and we have

$$\int g - \int f \leq \int g - \limsup \int f_n,$$

so

$$\int f \geq \limsup \int f_n.$$

**Θεώρημα 2 (Κυριαρχημένης σύγκλισης του Lebesgue)** *Έστω ότι η  $g$  είναι μια ολοκληρώσιμη συνάρτηση ορισμένη στο μετρήσιμο σύνολο  $E$  και η  $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$  είναι μια ακολουθία μετρήσιμων συναρτήσεων ώστε  $|f_n| \leq g$ . Υποθέτουμε ότι υπάρχει μια συνάρτηση  $f$  ώστε η  $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$  να τείνει στην  $f$  σχεδόν παντού. Τότε*

$$\lim \int f_n = \int f.$$

*Απόδειξη:* Η συνάρτηση  $g - f_n$  είναι μη αρνητική και άρα από το Λήμμα του Fatou ισχύει  $\int (f - g) \leq \liminf \int (g - f_n)$ . Επειδή  $|f| \leq g$  και  $|f_n| \leq g$  οι  $f$  και  $f_n$  είναι ολοκληρώσιμες, έχουμε

$$\int g - \int f \leq \int g - \limsup \int f_n,$$

άρα

$$\int f \geq \limsup \int f_n.$$

**Theorem 1 (Dominated convergence of Lebesgue)** Assume that  $g$  is an integrable function defined on the measurable set  $E$  and that  $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$  is a sequence of measurable functions so that  $|f_n| \leq g$ . If  $f$  is a function so that  $f_n \rightarrow f$  almost everywhere then

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int f_n = \int f.$$

*Proof:* The function  $g - f_n$  is non-negative and thus from Fatou lemma we have that  $\int(g - f) \leq \liminf \int(g - f_n)$ . Since  $|f| \leq g$  and  $|f_n| \leq g$  the functions  $f$  and  $f_n$  are integrable and we have

$$\int g - \int f \leq \int g - \limsup \int f_n,$$

so

$$\int f \geq \limsup \int f_n.$$

ABC

Figure 1: Caption in Sans fonts

**Θεώρημα 2 (Κυριαρχημένης σύγκλισης του Lebesgue)** Έστω ότι η  $g$  είναι μια ολοκληρώσιμη συνάρτηση ορισμένη στο μετρήσιμο σύνολο  $E$  και η  $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$  είναι μια ακολουθία μετρήσιμων συναρτήσεων ώστε  $|f_n| \leq g$ . Υποθέτουμε ότι υπάρχει μια συνάρτηση  $f$  ώστε η  $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$  να τείνει στην  $f$  σχεδόν παντού. Τότε

$$\lim \int f_n = \int f.$$

*Απόδειξη:* Η συνάρτηση  $g - f_n$  είναι μη αρνητική και άρα από το Λήμμα του Fatou ισχύει  $\int(f - g) \leq \liminf \int(g - f_n)$ . Επειδή  $|f| \leq g$  και  $|f_n| \leq g$  οι  $f$  και  $f_n$  είναι ολοκληρώσιμες, έχουμε

$$\int g - \int f \leq \int g - \limsup \int f_n,$$

άρα

$$\int f \geq \limsup \int f_n.$$

ΓΨΩ

Σχήμα 2: Λεζάντα σε γραμματοσειρά Sans

**Theorem 1 (Dominated convergence of Lebesgue)** Assume that  $g$  is an integrable function defined on the measurable set  $E$  and that  $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$  is a sequence of measurable functions so that  $|f_n| \leq g$ . If  $f$  is a function so that  $f_n \rightarrow f$  almost everywhere then

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int f_n = \int f.$$

*Proof:* The function  $g - f_n$  is non-negative and thus from Fatou lemma we have that  $\int (g - f) \leq \liminf \int (g - f_n)$ . Since  $|f| \leq g$  and  $|f_n| \leq g$  the functions  $f$  and  $f_n$  are integrable and we have

$$\int g - \int f \leq \int g - \limsup \int f_n,$$

so

$$\int f \geq \limsup \int f_n.$$

**Θεώρημα 2 (Κυριαρχημένης σύγκλισης του Lebesgue)** Έστω ότι η  $g$  είναι μια ολοκληρώσιμη συνάρτηση ορισμένη στο μετρήσιμο σύνολο  $E$  και η  $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$  είναι μια ακολουθία μετρήσιμων συναρτήσεων ώστε  $|f_n| \leq g$ . Υποθέτουμε ότι υπάρχει μια συνάρτηση  $f$  ώστε η  $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$  να τείνει στην  $f$  σχεδόν παντού. Τότε

$$\lim \int f_n = \int f.$$

*Απόδειξη:* Η συνάρτηση  $g - f_n$  είναι μη αρνητική και άρα από το Λήμμα του Fatou ισχύει  $\int (f - g) \leq \liminf \int (g - f_n)$ . Επειδή  $|f| \leq g$  και  $|f_n| \leq g$  οι  $f$  και  $f_n$  είναι ολοκληρώσιμες, έχουμε

$$\int g - \int f \leq \int g - \limsup \int f_n,$$

άρα

$$\int f \geq \limsup \int f_n.$$

**Theorem 1 (Dominated convergence of Lebesgue)** Assume that  $g$  is an integrable function defined on the measurable set  $E$  and that  $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$  is a sequence of measurable functions so that  $|f_n| \leq g$ . If  $f$  is a function so that  $f_n \rightarrow f$  almost everywhere then

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int f_n = \int f.$$

*Proof:* The function  $g - f_n$  is non-negative and thus from Fatou lemma we have that  $\int (g - f) \leq \liminf \int (g - f_n)$ . Since  $|f| \leq g$  and  $|f_n| \leq g$  the functions  $f$  and  $f_n$  are integrable and we have

$$\int g - \int f \leq \int g - \limsup \int f_n,$$

so

$$\int f \geq \limsup \int f_n.$$

**Θεώρημα 2 (Κυριαρχημένης σύγκλισης του Lebesgue)** Έστω ότι η  $g$  είναι μια ολοκληρώσιμη συνάρτηση ορισμένη στο μετρήσιμο σύνολο  $E$  και η  $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$  είναι μια ακολουθία μετρήσιμων συναρτήσεων ώστε  $|f_n| \leq g$ . Υποθέτουμε ότι υπάρχει μια συνάρτηση  $f$  ώστε η  $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$  να τείνει στην  $f$  σχεδόν παντού. Τότε

$$\lim \int f_n = \int f.$$

*Απόδειξη:* Η συνάρτηση  $g - f_n$  είναι μη αρνητική και άρα από το Λήμμα του Fatou ισχύει  $\int (f - g) \leq \liminf \int (g - f_n)$ . Επειδή  $|f| \leq g$  και  $|f_n| \leq g$  οι  $f$  και  $f_n$  είναι ολοκληρώσιμες, έχουμε

$$\int g - \int f \leq \int g - \limsup \int f_n,$$

άρα

$$\int f \geq \limsup \int f_n.$$



**Theorem 1 (Dominated convergence of Lebesgue)** Assume that  $g$  is an integrable function defined on the measurable set  $E$  and that  $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$  is a sequence of measurable functions so that  $|f_n| \leq g$ . If  $f$  is a function so that  $f_n \rightarrow f$  almost everywhere then

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int f_n = \int f.$$

*Proof:* The function  $g - f_n$  is non-negative and thus from Fatou lemma we have that  $\int(g - f) \leq \liminf \int(g - f_n)$ . Since  $|f| \leq g$  and  $|f_n| \leq g$  the functions  $f$  and  $f_n$  are integrable and we have

$$\int g - \int f \leq \int g - \limsup \int f_n,$$

so

$$\int f \geq \limsup \int f_n.$$

**Θεώρημα 2 (Κυριαρχημένης σύγκλισης του Lebesgue)** Έστω ότι η  $g$  είναι μια ολοκληρώσιμη συνάρτηση ορισμένη στο μετρήσιμο σύνολο  $E$  και η  $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$  είναι μια ακολουθία μετρήσιμων συναρτήσεων ώστε  $|f_n| \leq g$ . Υποθέτουμε ότι υπάρχει μια συνάρτηση  $f$  ώστε η  $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$  να τείνει στην  $f$  σχεδόν παντού. Τότε

$$\lim \int f_n = \int f.$$

*Απόδειξη:* Η συνάρτηση  $g - f_n$  είναι μη αρνητική και άρα από το Λήμμα του Fatou ισχύει  $\int(f - g) \leq \liminf \int(g - f_n)$ . Επειδή  $|f| \leq g$  και  $|f_n| \leq g$  οι  $f$  και  $f_n$  είναι ολοκληρώσιμες, έχουμε

$$\int g - \int f \leq \int g - \limsup \int f_n,$$

άρα

$$\int f \geq \limsup \int f_n.$$

**Theorem 1 (Dominated convergence of Lebesgue)** Assume that  $g$  is an integrable function defined on the measurable set  $E$  and that  $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$  is a sequence of measurable functions so that  $|f_n| \leq g$ . If  $f$  is a function so that  $f_n \rightarrow f$  almost everywhere then

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int f_n = \int f.$$

*Proof:* The function  $g - f_n$  is non-negative and thus from Fatou lemma we have that  $\int (g - f) \leq \liminf \int (g - f_n)$ . Since  $|f| \leq g$  and  $|f_n| \leq g$  the functions  $f$  and  $f_n$  are integrable and we have

$$\int g - \int f \leq \int g - \limsup \int f_n,$$

so

$$\int f \geq \limsup \int f_n.$$

**Θεώρημα 2 (Κυριαρχημένης σύγκλισης του Lebesgue)** Έστω ότι η  $g$  είναι μια ολοκληρώσιμη συνάρτηση ορισμένη στο μετρήσιμο σύνολο  $E$  και η  $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$  είναι μια ακολουθία μετρήσιμων συναρτήσεων ώστε  $|f_n| \leq g$ . Υποθέτουμε ότι υπάρχει μια συνάρτηση  $f$  ώστε η  $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$  να τείνει στην  $f$  σχεδόν παντού. Τότε

$$\lim \int f_n = \int f.$$

*Απόδειξη:* Η συνάρτηση  $g - f_n$  είναι μη αρνητική και άρα από το Λήμμα του Fatou ισχύει  $\int (f - g) \leq \liminf \int (g - f_n)$ . Επειδή  $|f| \leq g$  και  $|f_n| \leq g$  οι  $f$  και  $f_n$  είναι ολοκληρώσιμες, έχουμε

$$\int g - \int f \leq \int g - \limsup \int f_n,$$

άρα

$$\int f \geq \limsup \int f_n.$$

**Theorem 1 (Dominated convergence of Lebesgue)** Assume that  $g$  is an integrable function defined on the measurable set  $E$  and that  $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$  is a sequence of measurable functions so that  $|f_n| \leq g$ . If  $f$  is a function so that  $f_n \rightarrow f$  almost everywhere then

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int f_n = \int f.$$

*Proof:* The function  $g - f_n$  is non-negative and thus from Fatou lemma we have that  $\int (g - f) \leq \liminf \int (g - f_n)$ . Since  $|f| \leq g$  and  $|f_n| \leq g$  the functions  $f$  and  $f_n$  are integrable and we have

$$\int g - \int f \leq \int g - \limsup \int f_n,$$

so

$$\int f \geq \limsup \int f_n.$$

**Θεώρημα 2 (Κυριαρχημένης σύγκλισης του Lebesgue)** Έστω ότι η  $g$  είναι μια ολοκληρώσιμη συνάρτηση ορισμένη στο μετρήσιμο σύνολο  $E$  και η  $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$  είναι μια ακολουθία μετρήσιμων συναρτήσεων ώστε  $|f_n| \leq g$ . Υποθέτουμε ότι υπάρχει μια συνάρτηση  $f$  ώστε η  $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$  να τείνει στην  $f$  σχεδόν παντού. Τότε

$$\lim \int f_n = \int f.$$

*Απόδειξη:* Η συνάρτηση  $g - f_n$  είναι μη αρνητική και άρα από το Λήμμα του Fatou ισχύει  $\int (f - g) \leq \liminf \int (g - f_n)$ . Επειδή  $|f| \leq g$  και  $|f_n| \leq g$  οι  $f$  και  $f_n$  είναι ολοκληρώσιμες, έχουμε

$$\int g - \int f \leq \int g - \limsup \int f_n,$$

άρα

$$\int f \geq \limsup \int f_n.$$

ABC

Figure 1: Caption in Sans fonts

ΓΨΩ

Σχήμα 2: Λεζάντα σε γραμματοσειρά Sans

**Theorem 1 (Dominated convergence of Lebesgue)** Assume that  $g$  is an integrable function defined on the measurable set  $E$  and that  $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$  is a sequence of measurable functions so that  $|f_n| \leq g$ . If  $f$  is a function so that  $f_n \rightarrow f$  almost everywhere then

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int f_n = \int f.$$

*Proof:* The function  $g - f_n$  is non-negative and thus from Fatou lemma we have that  $\int(g - f) \leq \liminf \int(g - f_n)$ . Since  $|f| \leq g$  and  $|f_n| \leq g$  the functions  $f$  and  $f_n$  are integrable and we have

$$\int g - \int f \leq \int g - \limsup \int f_n,$$

Figure 1: Caption  
in Sans fonts

so

$$\int f \geq \limsup \int f_n.$$

**Θεώρημα 2 (Κυριαρχημένης σύγκλισης του Lebesgue)** Έστω ότι η  $g$  είναι μια ολοκληρώσιμη συνάρτηση ορισμένη στο μετρήσιμο σύνολο  $E$  και η  $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$  είναι μια ακολουθία μετρήσιμων συναρτήσεων ώστε  $|f_n| \leq g$ . Υποθέτουμε ότι υπάρχει μια συνάρτηση  $f$  ώστε η  $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$  να τείνει στην  $f$  σχεδόν παντού. Τότε

$$\lim \int f_n = \int f.$$

*Απόδειξη:* Η συνάρτηση  $g - f_n$  είναι μη αρνητική και άρα από το Λήμμα του Fatou ισχύει  $\int(f - g) \leq \liminf \int(g - f_n)$ . Επειδή  $|f| \leq g$  και  $|f_n| \leq g$  οι  $f$  και  $f_n$  είναι ολοκληρώσιμες, έχουμε

$$\int g - \int f \leq \int g - \limsup \int f_n,$$

Σχήμα 2: Λεζάντα σε γραμματοσειρά Sans

άρα

$$\int f \geq \limsup \int f_n.$$

**Theorem 1 (Dominated convergence of Lebesgue)** Assume that  $g$  is an integrable function defined on the measurable set  $E$  and that  $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$  is a sequence of measurable functions so that  $|f_n| \leq g$ . If  $f$  is a function so that  $f_n \rightarrow f$  almost everywhere then

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int f_n = \int f.$$

*Proof:* The function  $g - f_n$  is non-negative and thus from Fatou lemma we have that  $\int (g - f) \leq \liminf \int (g - f_n)$ . Since  $|f| \leq g$  and  $|f_n| \leq g$  the functions  $f$  and  $f_n$  are integrable and we have

$$\int g - \int f \leq \int g - \limsup \int f_n,$$

so

$$\int f \geq \limsup \int f_n.$$

**Θεώρημα 2 (Κυριαρχημένης σύγκλισης του Lebesgue)** Έστω ότι η  $g$  είναι μια ολοκληρώσιμη συνάρτηση ορισμένη στο μετρήσιμο σύνολο  $E$  και η  $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$  είναι μια ακολουθία μετρήσιμων συναρτήσεων ώστε  $|f_n| \leq g$ . Υποθέτουμε ότι υπάρχει μια συνάρτηση  $f$  ώστε η  $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$  να τείνει στην  $f$  σχεδόν παντού. Τότε

$$\lim \int f_n = \int f.$$

*Απόδειξη:* Η συνάρτηση  $g - f_n$  είναι μη αρνητική και άρα από το Λήμμα του Fatou ισχύει  $\int (f - g) \leq \liminf \int (g - f_n)$ . Επειδή  $|f| \leq g$  και  $|f_n| \leq g$  οι  $f$  και  $f_n$  είναι ολοκληρώσιμες, έχουμε

$$\int g - \int f \leq \int g - \limsup \int f_n,$$

άρα

$$\int f \geq \limsup \int f_n.$$

**Theorem 1 (Dominated convergence of Lebesgue)** Assume that  $g$  is an integrable function defined on the measurable set  $E$  and that  $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$  is a sequence of measurable functions so that  $|f_n| \leq g$ . If  $f$  is a function so that  $f_n \rightarrow f$  almost everywhere then

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int f_n = \int f.$$

*Proof:* The function  $g - f_n$  is *non-negative* and thus from Fatou lemma we have that  $\int(g - f) \leq \liminf \int(g - f_n)$ . Since  $|f| \leq g$  and  $|f_n| \leq g$  the functions  $f$  and  $f_n$  are integrable and we have

$$\int g - \int f \leq \int g - \limsup \int f_n,$$

so

$$\int f \geq \limsup \int f_n.$$

ABC

Figure 1: Caption in Sans fonts

**Theorem 1 (Dominated convergence of Lebesgue)** *Assume that  $g$  is an integrable function defined on the measurable set  $E$  and that  $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$  is a sequence of measurable functions so that  $|f_n| \leq g$ . If  $f$  is a function so that  $f_n \rightarrow f$  almost everywhere then*

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int f_n = \int f.$$

*Proof:* The function  $g - f_n$  is non-negative and thus from Fatou lemma we have that  $\int (g - f) \leq \liminf \int (g - f_n)$ . Since  $|f| \leq g$  and  $|f_n| \leq g$  the functions  $f$  and  $f_n$  are integrable and we have

$$\int g - \int f \leq \int g - \limsup \int f_n,$$

so

$$\int f \geq \limsup \int f_n.$$

**Θεώρημα 2 (Κυριαρχημένης σύγκλισης του Lebesgue)** *Έστω ότι η  $g$  είναι μια ολοκληρώσιμη συνάρτηση ορισμένη στο μετρήσιμο σύνολο  $E$  και η  $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$  είναι μια ακολουθία μετρήσιμων συναρτήσεων ώστε  $|f_n| \leq g$ . Υποθέτουμε ότι υπάρχει μια συνάρτηση  $f$  ώστε η  $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$  να τείνει στην  $f$  σχεδόν παντού. Τότε*

$$\lim \int f_n = \int f.$$

*Απόδειξη:* Η συνάρτηση  $g - f_n$  είναι μη αρνητική και άρα από το Λήμμα του Fatou ισχύει  $\int (f - g) \leq \liminf \int (g - f_n)$ . Επειδή  $|f| \leq g$  και  $|f_n| \leq g$  οι  $f$  και  $f_n$  είναι ολοκληρώσιμες, έχουμε

$$\int g - \int f \leq \int g - \limsup \int f_n,$$

άρα

$$\int f \geq \limsup \int f_n.$$

**Theorem 1 (Dominated convergence of Lebesgue)** Assume that  $g$  is an integrable function defined on the measurable set  $E$  and that  $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$  is a sequence of measurable functions so that  $|f_n| \leq g$ . If  $f$  is a function so that  $f_n \rightarrow f$  almost everywhere then

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int f_n = \int f.$$

*Proof:* The function  $g - f_n$  is non-negative and thus from Fatou lemma we have that  $\int (g - f) \leq \liminf \int (g - f_n)$ . Since  $|f| \leq g$  and  $|f_n| \leq g$  the functions  $f$  and  $f_n$  are integrable and we have

$$\int g - \int f \leq \int g - \limsup \int f_n,$$

so

$$\int f \geq \limsup \int f_n.$$

ABC

Figure 1: Caption in Sans fonts



**Theorem 1 (Dominated convergence of Lebesgue)** Assume that  $g$  is an integrable function defined on the measurable set  $E$  and that  $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$  is a sequence of measurable functions so that  $|f_n| \leq g$ . If  $f$  is a function so that  $f_n \rightarrow f$  almost everywhere then

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int f_n = \int f.$$

*Proof:* The function  $g - f_n$  is non-negative and thus from Fatou lemma we have that  $\int (g - f) \leq \liminf \int (g - f_n)$ . Since  $|f| \leq g$  and  $|f_n| \leq g$  the functions  $f$  and  $f_n$  are integrable and we have

$$\int g - \int f \leq \int g - \limsup \int f_n,$$

so

$$\int f \geq \limsup \int f_n.$$

**Θεώρημα 2 (Κυριαρχημένης σύγκλισης του Lebesgue)** Έστω ότι η  $g$  είναι μια ολοκληρώσιμη συνάρτηση ορισμένη στο μετρήσιμο σύνολο  $E$  και η  $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$  είναι μια ακολουθία μετρήσιμων συναρτήσεων ώστε  $|f_n| \leq g$ . Υποθέτουμε ότι υπάρχει μια συνάρτηση  $f$  ώστε η  $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$  να τείνει στην  $f$  σχεδόν παντού. Τότε

$$\lim \int f_n = \int f.$$

*Απόδειξη:* Η συνάρτηση  $g - f_n$  είναι μη αρνητική και άρα από το Λήμμα του Fatou ισχύει  $\int (f - g) \leq \liminf \int (g - f_n)$ . Επειδή  $|f| \leq g$  και  $|f_n| \leq g$  οι  $f$  και  $f_n$  είναι ολοκληρώσιμες, έχουμε

$$\int g - \int f \leq \int g - \limsup \int f_n,$$

άρα

$$\int f \geq \limsup \int f_n.$$

**Theorem 1 (Dominated convergence of Lebesgue)** Assume that  $g$  is an integrable function defined on the measurable set  $E$  and that  $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$  is a sequence of measurable functions so that  $|f_n| \leq g$ . If  $f$  is a function so that  $f_n \rightarrow f$  almost everywhere then

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int f_n = \int f.$$

*Proof:* The function  $g - f_n$  is non-negative and thus from Fatou lemma we have that  $\int (g - f) \leq \liminf \int (g - f_n)$ . Since  $|f| \leq g$  and  $|f_n| \leq g$  the functions  $f$  and  $f_n$  are integrable and we have

$$\int g - \int f \leq \int g - \limsup \int f_n,$$

so

$$\int f \geq \limsup \int f_n.$$

**Θεώρημα 2 (Κυριαρχημένης σύγκλισης του Lebesgue)** Έστω ότι η  $g$  είναι μια ολοκληρώσιμη συνάρτηση ορισμένη στο μετρήσιμο σύνολο  $E$  και η  $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$  είναι μια ακολουθία μετρήσιμων συναρτήσεων ώστε  $|f_n| \leq g$ . Υποθέτουμε ότι υπάρχει μια συνάρτηση  $f$  ώστε η  $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$  να τείνει στην  $f$  σχεδόν παντού. Τότε

$$\lim \int f_n = \int f.$$

*Απόδειξη:* Η συνάρτηση  $g - f_n$  είναι μη αρνητική και άρα από το Λήμμα του Fatou ισχύει  $\int (f - g) \leq \liminf \int (g - f_n)$ . Επειδή  $|f| \leq g$  και  $|f_n| \leq g$  οι  $f$  και  $f_n$  είναι ολοκληρώσιμες, έχουμε

$$\int g - \int f \leq \int g - \limsup \int f_n,$$

άρα

$$\int f \geq \limsup \int f_n.$$

ABC

Figure 1: Caption in Sans fonts

ΓΨΩ

Σχήμα 2: Λεζάντα σε γραμματοσειρά Sans

**Theorem 1 (Dominated convergence of Lebesgue)** Assume that  $g$  is an integrable function defined on the measurable set  $E$  and that  $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$  is a sequence of measurable functions so that  $|f_n| \leq g$ . If  $f$  is a function so that  $f_n \rightarrow f$  almost everywhere then

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int f_n = \int f.$$

*Proof:* The function  $g - f_n$  is non-negative and thus from Fatou lemma we have that  $\int (g - f) \leq \liminf \int (g - f_n)$ . Since  $|f| \leq g$  and  $|f_n| \leq g$  the functions  $f$  and  $f_n$  are integrable and we have

$$\int g - \int f \leq \int g - \limsup \int f_n,$$

so

$$\int f \geq \limsup \int f_n.$$

**Θεώρημα 2 (Κυριαρχημένης σύγκλισης του Lebesgue)** Έστω ότι η  $g$  είναι μια ολοκληρώσιμη συνάρτηση ορισμένη στο μετρήσιμο σύνολο  $E$  και η  $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$  είναι μια ακολουθία μετρήσιμων συναρτήσεων ώστε  $|f_n| \leq g$ . Υποθέτουμε ότι υπάρχει μια συνάρτηση  $f$  ώστε η  $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$  να τείνει στην  $f$  σχεδόν παντού. Τότε

$$\lim \int f_n = \int f.$$

*Απόδειξη:* Η συνάρτηση  $g - f_n$  είναι μη αρνητική και άρα από το Λήμμα του Fatou ισχύει  $\int (f - g) \leq \liminf \int (g - f_n)$ . Επειδή  $|f| \leq g$  και  $|f_n| \leq g$  οι  $f$  και  $f_n$  είναι ολοκληρώσιμες, έχουμε

$$\int g - \int f \leq \int g - \limsup \int f_n,$$

άρα

$$\int f \geq \limsup \int f_n.$$

**Theorem 1 (Dominated convergence of Lebesgue)** Assume that  $g$  is an integrable function defined on the measurable set  $E$  and that  $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$  is a sequence of measurable functions so that  $|f_n| \leq g$ . If  $f$  is a function so that  $f_n \rightarrow f$  almost everywhere then

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int f_n = \int f.$$

*Proof:* The function  $g - f_n$  is non-negative and thus from Fatou lemma we have that  $\int (g - f) \leq \liminf \int (g - f_n)$ . Since  $|f| \leq g$  and  $|f_n| \leq g$  the functions  $f$  and  $f_n$  are integrable and we have

$$\int g - \int f \leq \int g - \limsup \int f_n,$$

Figure 1: Caption in Sans fonts

so

$$\int f \geq \limsup \int f_n.$$

**Θεώρημα 2 (Κυριαρχημένης σύγκλισης του Lebesgue)** Έστω ότι η  $g$  είναι μια ολοκληρώσιμη συνάρτηση ορισμένη στο μετρήσιμο σύνολο  $E$  και η  $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$  είναι μια ακολουθία μετρήσιμων συναρτήσεων ώστε  $|f_n| \leq g$ . Υποθέτουμε ότι υπάρχει μια συνάρτηση  $f$  ώστε η  $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$  να τείνει στην  $f$  σχεδόν παντού. Τότε

$$\lim \int f_n = \int f.$$

*Απόδειξη:* Η συνάρτηση  $g - f_n$  είναι μη αρνητική και άρα από το Λήμμα του Fatou ισχύει  $\int (f - g) \leq \liminf \int (g - f_n)$ . Επειδή  $|f| \leq g$  και  $|f_n| \leq g$  οι  $f$  και  $f_n$  είναι ολοκληρώσιμες, έχουμε

$$\int g - \int f \leq \int g - \limsup \int f_n,$$

άρα

$$\int f \geq \limsup \int f_n.$$

ABC

# Appendix A

## Ancient Greek Numbers

The following table lists the commands and the symbol produced for the Unicode range u10140--u1018E.

<code>\atticonequarter</code>	Ϟ	<code>\hermionianfifty</code>	Ϟ
<code>\atticonehalf</code>	ϟ	<code>\thespianfifty</code>	Ϟ
<code>\atticonedrachma</code>	Ϡ	<code>\thespianonehundred</code>	Ϟ
<code>\atticfive</code>	ϡ	<code>\thespianthreehundred</code>	Ϟ
<code>\atticfifty</code>	Ϣ	<code>\epidaurianfivehundred</code>	ϡ
<code>\atticfivehundred</code>	ϣ	<code>\troezenianfivehundred</code>	Ϣ
<code>\atticfivethousand</code>	Ϥ	<code>\thespianfivehundred</code>	ϣ
<code>\atticfiftythousand</code>	ϥ	<code>\carystianfivehundred</code>	Ϥ
<code>\atticfivetalents</code>	Ϧ	<code>\naxianfivehundred</code>	ϥ
<code>\attictentalents</code>	ϧ	<code>\thespianonethousand</code>	Ϧ
<code>\atticfiftytalents</code>	Ϩ	<code>\thespianfivethousand</code>	ϧ
<code>\atticonehundredtalents</code>	ϩ	<code>\delphicfivemnas</code>	Ϩ
<code>\atticfivehundredtalents</code>	Ϫ	<code>\stratianfiftymnas</code>	ϩ
<code>\atticonethousandtalents</code>	ϫ	<code>\greekonehalfsign</code>	ϫ
<code>\atticfivethousandtalents</code>	Ϭ	<code>\greekonehalfsignalt</code>	ϫ
<code>\atticfivestaters</code>	ϭ	<code>\greetwothirdssign</code>	ϫ
<code>\attictenstaters</code>	Ϯ	<code>\greekthreequarterssign</code>	ϫ
<code>\atticfiftystaters</code>	ϯ	<code>\greekyearsign</code>	ϫ
<code>\atticonehundredstaters</code>	ϰ	<code>\greetalentsign</code>	ϫ
<code>\atticfivehundredstaters</code>	ϱ	<code>\greekdrachmasign</code>	ϫ
<code>\atticonethousandstaters</code>	ϲ	<code>\greekobolsign</code>	ϫ
<code>\attictenthousandstaters</code>	ϳ	<code>\greetwoobolssign</code>	ϫ
<code>\atticfiftythousandstaters</code>	ϴ	<code>\greekthreebolssign</code>	ϫ
<code>\attictenmnas</code>	ϵ	<code>\greekfourbolssign</code>	ϫ
<code>\heraleumoneplethron</code>	Ϧ	<code>\greekfivebolssign</code>	ϫ
<code>\thespianone</code>	ϧ	<code>\greekmetretessign</code>	ϫ
<code>\ermionianone</code>	Ϩ	<code>\greekkyathosbasesign</code>	ϫ
<code>\epidauriantwo</code>	ϩ	<code>\greeklytrasign</code>	ϫ
<code>\thespiantwo</code>	Ϫ	<code>\greekounkiasign</code>	ϫ
<code>\cyrenaictwodrachmas</code>	ϫ	<code>\greekxestessign</code>	ϫ
<code>\epidauriantwodrachmas</code>	Ϭ	<code>\greekartabesign</code>	ϫ

<code>\troezenianfive</code>	$\Gamma^{\mathfrak{f}}$	<code>\greekarourasign</code>	$\iota$
<code>\troezenianten</code>	$\zeta$	<code>\greekgrammasign</code>	$\Gamma^{\rho}$
<code>\troezeniantenalt</code>	$\bar{X}$	<code>\greektryblionbasesign</code>	$\wp$
<code>\hermionianten</code>	$\Lambda$	<code>\greekzerosign</code>	$\sigma$
<code>\messenianten</code>	$\Uparrow$	<code>\greekonequartersign</code>	$\partial$
<code>\thespianten</code>	$\mathfrak{D}$	<code>\greeksinusoidsign</code>	$\mathfrak{J}$
<code>\thespianthirty</code>	$\mathfrak{D}$	<code>\greekindictionsign</code>	$\mathfrak{P}$
<code>\troezenianfifty</code>	$\Gamma^{\mathfrak{r}}$	<code>\nomismasign</code>	$\mathring{N}$
<code>\troezenianfiftyalt</code>	$\mathbb{K}^{\mathfrak{r}}$		

## Appendix B

# The Aegean Numbers glyph complement

The following table lists the commands and the symbol produced for the Unicode range u10100--u1013F and the NewComputerModern fonts.

<code>\aegeanseparator</code>	!	<code>\aegeaneighthundred</code>	𐀀
<code>\aegeanseparatorordot</code>	·	<code>\aegeanninehundred</code>	𐀁
<code>\aegeancheckmark</code>	×	<code>\aegeanonethousand</code>	𐀂
<code>\aegeanone</code>	!	<code>\aegeantwothousand</code>	𐀃
<code>\aegeantwo</code>	!!	<code>\aegeanthreethousand</code>	𐀄
<code>\aegeanthree</code>	!!!	<code>\aegeanfourthousand</code>	𐀅
<code>\aegeanfour</code>	!!!!	<code>\aegeanfivethousand</code>	𐀆
<code>\aegeanfive</code>	!!!!!	<code>\aegeansixthousand</code>	𐀇
<code>\aegeansix</code>	!!!!!!	<code>\aegeanseventhousand</code>	𐀈
<code>\aegeanseven</code>	!!!!!!!	<code>\aegeaneighththousand</code>	𐀉
<code>\aegeaneight</code>	!!!!!!!!	<code>\aegeanninethousand</code>	𐀊
<code>\aegeanine</code>	!!!!!!!	<code>\aegeantenthousand</code>	+
<code>\aegeanten</code>	-	<code>\aegeantwentythousand</code>	++
<code>\aegeantwenty</code>	=	<code>\aegeanthirtythousand</code>	+++
<code>\aegeanthirty</code>	≡	<code>\aegeanfourtythousand</code>	####
<code>\aegeanfourty</code>	==	<code>\aegeanfiftythousand</code>	#####
<code>\aegeanfifty</code>		<code>\aegeansixtythousand</code>	####
<code>\aegeansixty</code>	≡≡	<code>\aegeanseventythousand</code>	####
<code>\aegeanseventy</code>	≡≡≡	<code>\aegeaneightythousand</code>	####
<code>\aegeaneighty</code>	≡≡≡	<code>\aegeanninetythousand</code>	####
<code>\aegeanninety</code>	≡≡≡≡	<code>\aegeanweightbaseunit</code>	𐀋
<code>\aegeanonehundred</code>	°	<code>\aegeanweightfirstsubunit</code>	𐀌
<code>\aegeantwohundred</code>	°°	<code>\aegeanweightsecondsubunit</code>	𐀍
<code>\aegeanthreehundred</code>	°°°	<code>\aegeanweightthirdsubunit</code>	𐀎
<code>\aegeanfourhundred</code>	°°°°	<code>\aegeanweightfourthsubunit</code>	𐀏
<code>\aegeanfivehundred</code>	°°°°°	<code>\aegeandrymeasurefirstsubunit</code>	𐀐
<code>\aegeansixhundred</code>	°°°°°°	<code>\aegeanliquidmeasurefirstsubunit</code>	𐀑
<code>\aegeansevenhundred</code>	°°°°°°°	<code>\aegeansecondsubunit</code>	𐀒
		<code>\aegeanthirdsubunit</code>	𐀓





## Appendix C

# Circled letters and numbers in Math mode

<code>\circledone</code>	①	<code>\circledM</code>	Ⓜ	<code>\circleds</code>	Ⓢ
<code>\circledtwo</code>	②	<code>\circledN</code>	Ⓝ	<code>\circledt</code>	Ⓣ
<code>\circledthree</code>	③	<code>\circledO</code>	Ⓞ	<code>\circledu</code>	Ⓤ
<code>\circledfour</code>	④	<code>\circledP</code>	Ⓟ	<code>\circledv</code>	Ⓥ
<code>\circledfive</code>	⑤	<code>\circledQ</code>	Ⓠ	<code>\circledw</code>	Ⓦ
<code>\circledsix</code>	⑥	<code>\circledR</code>	Ⓡ	<code>\circledx</code>	Ⓡ
<code>\circledseven</code>	⑦	<code>\circledS</code>	Ⓢ	<code>\circledy</code>	Ⓨ
<code>\circledeight</code>	⑧	<code>\circledT</code>	Ⓣ	<code>\circledz</code>	Ⓩ
<code>\circlednine</code>	⑨	<code>\circledU</code>	Ⓤ	<code>\circled0</code>	①
<code>\circledten</code>	⑩	<code>\circledV</code>	Ⓥ	<code>\negativecircledeleven</code>	⑪
<code>\circledeleven</code>	⑪	<code>\circledW</code>	Ⓦ	<code>\negativecircledtwelve</code>	⑫
<code>\circledtwelve</code>	⑫	<code>\circledX</code>	Ⓧ	<code>\negativecircledthirteen</code>	⑬
<code>\circledthirteen</code>	⑬	<code>\circledY</code>	Ⓨ	<code>\negativecircledfourteen</code>	⑭
<code>\circledfourteen</code>	⑭	<code>\circledZ</code>	Ⓩ	<code>\negativecircledfifteen</code>	⑮
<code>\circledfifteen</code>	⑮	<code>\circleda</code>	ⓐ	<code>\negativecircledsixteen</code>	⑯
<code>\circledsixteen</code>	⑯	<code>\circledb</code>	ⓑ	<code>\negativecircledseventeen</code>	⑰
<code>\circledseventeen</code>	⑰	<code>\circledc</code>	ⓒ	<code>\negativecircledeightteen</code>	⑱
<code>\circledeightteen</code>	⑱	<code>\circledd</code>	ⓓ	<code>\negativecirclednineteen</code>	⑲
<code>\circlednineteen</code>	⑲	<code>\circlede</code>	ⓔ	<code>\negativecircledtwenty</code>	⑳
<code>\circledtwenty</code>	㉑	<code>\circledf</code>	ⓕ	<code>\doublecircledone</code>	①
<code>\circledA</code>	Ⓐ	<code>\circledg</code>	ⓖ	<code>\doublecircledtwo</code>	②
<code>\circledB</code>	Ⓑ	<code>\circledh</code>	ⓗ	<code>\doublecircledthree</code>	③
<code>\circledC</code>	Ⓒ	<code>\circledi</code>	Ⓢ	<code>\doublecircledfour</code>	④
<code>\circledD</code>	Ⓓ	<code>\circledj</code>	Ⓣ	<code>\doublecircledfive</code>	⑤
<code>\circledE</code>	Ⓔ	<code>\circledk</code>	Ⓚ	<code>\doublecircledsix</code>	⑥
<code>\circledF</code>	Ⓕ	<code>\circledl</code>	Ⓛ	<code>\doublecircledseven</code>	⑦
<code>\circledG</code>	Ⓖ	<code>\circledm</code>	Ⓜ	<code>\doublecircledeight</code>	⑧
<code>\circledH</code>	Ⓗ	<code>\circledn</code>	Ⓝ	<code>\doublecirclednine</code>	⑨
<code>\circledI</code>	Ⓘ	<code>\circledo</code>	Ⓞ	<code>\doublecircledten</code>	⑩
<code>\circledJ</code>	Ⓢ	<code>\circledp</code>	Ⓟ	<code>\negativecircledzero</code>	①
<code>\circledK</code>	Ⓚ	<code>\circledq</code>	Ⓠ		
<code>\circledL</code>	Ⓛ	<code>\circledr</code>	Ⓡ		